

Teilchenphysik II, Sommersemester 2018

Prüfungsfragen

1. Einleitung

- 1.1. Was versteht man unter der Comptonlänge eines Teilchens mit Masse m ? Geben Sie ihre Größenordnung für ein Elektron (Pion, Proton, W^\pm, Z^0) an. Hinweis: $\hbar c \simeq 197 \text{ MeV} \times \text{fm}$.
- 1.2. Wieso gibt es keine konsistente relativistische Einteilchen-Quantenmechanik?

2. Relativistisches Skalarfeld

Die Fragen (2.1-2.17) beziehen sich auf ein *freies reelles* Skalarfeld $\varphi(x)$.

- 2.1. Wie lautet die Lagrangedichte? Leiten Sie die dazugehörige Feldgleichung mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichung her.
- 2.2. Wie erhält man das zu φ kanonisch konjugierte Feld π ?
- 2.3. Wie lautet der Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$? Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$ erfüllt ist.
- 2.4. Wie erhält man den Viererimpuls des Feldes aus dem Energie-Impuls-Tensor?
- 2.5. Was versteht man unter „kanonischer Quantisierung“?
- 2.6. Schreiben Sie die Fourierzerlegung von $\varphi(x)$ an.
- 2.7. Wie lauten die Vertauschungsrelationen der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren?
- 2.8. Drücken Sie den Impulsoperator durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.
- 2.9. Durch welche Eigenschaften ist der Vakuumzustand $|0\rangle$ charakterisiert?
- 2.10. Drücken Sie den Gesamtteilchenzahloperator durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.
- 2.11. Wie ist $|p_1, p_2, \dots, p_n\rangle$ definiert? Wie lautet der Projektor auf den n -Teilchen-Unterraum des Fockraums?
- 2.12. Schreiben Sie die allgemeine Form eines *normierbaren* Zweiteilchenzustands durch Anwendung einer geeigneten Operation auf den Vakuumzustand an. Wie macht sich die Tatsache bemerkbar, dass es sich bei den Teilchen um Bosonen handelt?

- 2.13. Was versteht man unter dem Fockraum?
- 2.14. Wie ist das zeitgeordnete Produkt $T(\varphi(x)\varphi(y))$ definiert?
- 2.15. Der (freie) Propagator ist durch $\Delta(x) = i\langle 0|T\varphi(x)\varphi(y)|0\rangle$ definiert. Welche Differentialgleichung und welche Randbedingungen erfüllt er? Wie lautet seine Fourierdarstellung?

- 2.16. Führen Sie die p^0 -Integration in der Fourierdarstellung

$$\Delta(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{m^2 - p^2 - i\epsilon}, \quad (\epsilon > 0)$$

des freien Propagators mit Hilfe des Residuensatzes für $x^0 > 0$ ($x^0 < 0$) aus.

- 2.17. Zeigen Sie durch eine explizite Rechnung, dass der Kommutator $[\varphi(x), \varphi(y)]$ verschwindet, falls x und y zueinander raumartig sind.

Die Fragen (2.18 – 2.25) beziehen sich auf ein freies *komplexes* Skalarfeld $\phi(x)$.

- 2.18. Wie lautet die Lagrangedichte? Wie lautet die daraus folgende Feldgleichung? Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte unter einer globalen $U(1)$ -Eichtransformation invariant ist. Wie lautet die dazugehörige Noetherstromdichte $j_\mu(x)$? Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung $\partial^\mu j_\mu = 0$ erfüllt ist.

- 2.19. Schreiben Sie die Fourierzerlegung von $\phi(x)$ an.

- 2.20. Welche Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren gibt es in diesem Fall und wie sind sie zu interpretieren? Wie lauten ihre Vertauschungsrelationen?

- 2.21. Drücken Sie den Gesamtteilchenzahloperator durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.

- 2.22. Drücken Sie den Ladungsoperator durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.

- 2.23. Drücken Sie den Energie-Impuls-Operator durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.

- 2.24. \mathcal{C} sei der Ladungskonjugationsoperator. Ergänzen Sie die folgenden Formeln:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}\phi(x)\mathcal{C}^\dagger &= \dots, & \mathcal{C}j^\mu(x)\mathcal{C}^\dagger &= \dots, & \mathcal{C}Q\mathcal{C}^\dagger &= \dots, \\ \mathcal{C}a_\pm(p)\mathcal{C}^\dagger &= \dots, & \mathcal{C}a_\pm(p)^\dagger\mathcal{C}^\dagger &= \dots, \\ \mathcal{C}|0\rangle &= \dots, & \mathcal{C}|p, \pm\rangle &= \dots \end{aligned}$$

- 2.25. Nennen Sie Beispiele für Teilchen, die durch komplexe Skalarfelder beschrieben werden.

- 2.26. Was versteht man unter Normalordnung (im Fall von Bosonen)?
- 2.27. Was versteht man unter Mikrokausalität in einer relativistischen Quantenfeldtheorie?
- 2.28. $\phi(x)$ sei der Feldoperator eines reellen Skalarfeldes einer (i.A. wechselwirkenden) relativistischen Quantenfeldtheorie. $\pi(x)$ sei das zu $\phi(x)$ konjugierte Feld. Zeigen Sie mit Hilfe der kanonischen Vertauschungsrelationen, dass die Kommutatoren $[\varphi(x), \varphi(y)]$ und $[\varphi(x), \pi(y)]$ verschwinden, falls x und y zueinander raumartig sind.

3. Funktionalintegral (Pfadintegral)

Die Fragen (3.1-3.6) beziehen sich auf eine skalare Feldtheorie mit einem reellen Feld $\varphi(x)$. Der entsprechende Feldoperator werde mit $\phi(x)$ bezeichnet.

- 3.1. Geben Sie die Definition der n -Punkt-Green-Funktion des Feldes in der Operatordarstellung an.
- 3.2. Wie lautet die Pfadintegraldarstellung der n -Punkt-Funktion?
- 3.3. Wie lautet die Definition des erzeugenden Funktionals sowohl in der Operatordarstellung als auch als Pfadintegral?
- 3.4. Das erzeugende Funktional eines freien *reellen* Skalarfeldes,

$$Z[f] = \langle 0 | T e^{i \int d^4x f(x)\phi(x)} | 0 \rangle,$$

kann explizit berechnet werden. Wie lautet die Lösung?

- 3.5. Wie lautet das Wick-Theorem für ein *freies* reelles Skalarfeld?
- 3.6. Wenden Sie das Wicktheorem auf die 4-Punkt-Funktion eines *freien* reellen Skalarfeldes an:

$$\langle 0 | T \phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\phi(x_4) | 0 \rangle = \dots$$

4. Störungstheorie

Die Fragen (4.1-4.7) beziehen sich auf eine *wechselwirkende* skalare Feldtheorie mit einem reellen Skalarfeld $\varphi(x)$ und Wirkung

$$S[\varphi] = S_0[\varphi] + S_{\text{int}}[\varphi], \quad S_0[\varphi] = \frac{1}{2} \int d^d x (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2).$$

- 4.1. Wie lautet die Störungsreihenentwicklung der n -Punktfunktion in der Funktionalintegraldarstellung?

$$\langle 0 | T \phi(x_1) \dots \phi(x_n) | 0 \rangle = \dots$$

- 4.2. Schreiben Sie die Lagrangedichte der φ^4 -Theorie an. Wie lautet die daraus folgende Feldgleichung?
- 4.3. Drücken Sie die Zweipunktfunktion der φ^4 -Theorie bis inkl. Einschleifenbeiträge durch Zweipunktfunktionen der freien Theorie aus. Zeichnen Sie die entsprechenden Feynmandiagramme auf.

$$\langle 0 | T \phi(x_1) \phi(x_2) | 0 \rangle = \dots$$

- 4.4. Die φ^3 -Theorie ist durch den Wechselwirkungsterm $\mathcal{L}_{\text{int}} = -g\varphi^3/3!$ definiert. Wie lautet die daraus folgende Feldgleichung?
- 4.5. Drücken Sie die Zweipunktfunktion der φ^3 -Theorie bis inkl. Einschleifenbeiträge durch Zweipunktfunktionen der freien Theorie aus. Zeichnen Sie die entsprechenden Feynmandiagramme auf.

$$\langle 0 | T \phi(x_1) \phi(x_2) | 0 \rangle = \dots$$

- 4.6. Wie ist die Feldrenormierungskonstante Z definiert?
- 4.7. Wie ist die Form der Zweipunktfunktion eines wechselwirkenden reellen Skalarfeldes in der Nähe des Pols?

$$\langle 0 | T \phi(x) \phi(0) | 0 \rangle = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \dots$$

5. Dimensionale Regularisierung und Renormierung

- 5.1. Berechnen Sie

$$\Delta(0) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{m^2 - k^2 - i\varepsilon}$$

mit Hilfe der dimensional Regularisierung. Für welche Werte von d besitzt $\Delta(0)$ Pole?

- 5.2. Drücken Sie den *zusammenhängenden* Teil der 4-Punkt-Funktion der φ^4 -Theorie bis inkl. Einschleifenbeiträge durch Zweipunktfunktionen der freien Theorie aus. Zeichnen Sie die entsprechenden Feynmandiagramme.
- 5.3. Drücken Sie den *zusammenhängenden* Teil der Baumgraphenbeiträge zur 4-Punkt-Funktion der φ^3 -Theorie durch Zweipunktfunktionen der freien Theorie aus. Zeichnen Sie die entsprechenden Feynmandiagramme.
- 5.4. Drücken Sie den Einschleifenbeitrag zur Einpunktfunktion der φ^3 -Theorie durch Zweipunktfunktionen der freien Theorie aus. Zeichnen Sie die entsprechenden Feynmandiagramme.

6. Renormierbarkeit

- 6.1. Welche Gegenterme können in der φ^4 -Theorie auftreten?
- 6.2. Geben Sie ein Beispiel für einen 1-Teilchen-irreduziblen Graphen.
- 6.3. Geben Sie ein Beispiel für einen Graphen, der *nicht* 1-Teilchen-irreduzibel ist.
- 6.4. Ist die φ^6 -Theorie in $d = 4$ Raum-Zeit-Dimensionen eine renormierbare Theorie?

7. Reduktionsformalismus

- 7.1. Welcher physikalischen Situation entspricht der Heisenbergzustand $|p_1, p_2 \text{ ein}\rangle$?
- 7.2. Welcher physikalischen Situation entspricht der Heisenbergzustand $|p_1, p_2 \text{ aus}\rangle$?
- 7.3. Erklären Sie die Begriffe S -Matrixelement und S -Operator. Welche wichtige Eigenschaft hat der S -Operator?
- 7.4. Wie lautet die Asymptotenbedingung?
- 7.5. Wie lautet der Zusammenhang zwischen dem S -Matrixelement $\langle p_3, p_4 \text{ aus} | p_1, p_2 \text{ ein} \rangle$ und der (zusammenhängenden) 4-Punkt-Funktion $\langle 0 | T \phi(x_1) \phi(x_2) \phi(x_3) \phi(x_4) | 0 \rangle_c$ in einer skalaren Feldtheorie?

8. Wirkungsquerschnitt

- 8.1. Geben Sie den Zusammenhang zwischen dem S -Matrixelement $\langle k_1, \dots, k_n \text{ aus} | p_1, p_2 \text{ ein} \rangle$ (skalare Teilchen) und der invarianten Amplitude $\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow k_1 \dots k_n)$ an.
- 8.2. Wie berechnet man den Wirkungsquerschnitt $\sigma(p_1, p_2 \rightarrow B)$, wenn die invariante Amplitude $\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow k_1 \dots k_n)$ bekannt ist? (B ist ein bestimmter Bereich des n -Teilchen-Phasenraumes.)

9. Diracfeld

Die Fragen (9.1-9.17) beziehen sich auf ein *freies* Diracfeld mit Masse m .

- 9.1. Schreiben Sie die Lagrangedichte eines freien Diracfeldes mit Masse m an. Wie lautet die daraus folgende Feldgleichung und deren allgemeine Lösung?
- 9.2. Kanonische Quantisierung des Diracfeldes.
- 9.3. Welche Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren gibt es im Fall des freien Diracfeldes. Welche Relationen erfüllen sie? Welche physikalische Bedeutung besitzen sie?

- 9.4. Durch welche Eigenschaften ist der Vakuumzustand $|0\rangle$ des freien Diracfeldes charakterisiert?
- 9.5. Schreiben Sie die allgemeine Form eines *normierbaren* Zustands mit genau einem Elektron durch Anwendung einer geeigneten Operation auf den Vakuumzustand an.
- 9.6. Schreiben Sie die allgemeine Form eines *normierbaren* Zustands mit genau einem Positron durch Anwendung einer geeigneten Operation auf den Vakuumzustand an.
- 9.7. Schreiben Sie die allgemeine Form eines *normierbaren* Zustands mit genau zwei Elektronen durch Anwendung einer geeigneten Operation auf den Vakuumzustand an. Wie macht sich die Tatsache bemerkbar, dass Elektronen Fermionen sind?
- 9.8. Schreiben Sie die allgemeine Form eines *normierbaren* Zustands mit genau zwei Positronen durch Anwendung einer geeigneten Operation auf den Vakuumzustand an. Wie macht sich die Tatsache bemerkbar, dass Positronen Fermionen sind?
- 9.9. Drücken Sie den Energie-Impuls-Operator des freien Diracfeldes durch $\psi(x)$ und $\bar{\psi}(x)$ aus.
- 9.10. Drücken Sie den Energie-Impuls-Operator des freien Diracfeldes durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.
- 9.11. Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte des freien Diracfeldes unter einer globalen $U(1)$ -Eichtransformation invariant ist. Wie lautet die dazugehörige Noetherstromdichte?
- 9.12. Drücken Sie den Ladungsoperator des Diracfeldes durch $\psi(x)$ und $\bar{\psi}(x)$ aus.
- 9.13. Drücken Sie den Ladungsoperator des freien Diracfeldes durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren aus.
- 9.14. Wie ist das zeitgeordnete Produkt zweier Fermionfelder definiert?

$$T(\psi_a(x)\psi_b(y)) = \dots$$

- 9.15. Berechnen Sie $\langle 0|\psi_a(x)\psi_b(y)|0\rangle$. Was folgt aus Ihrem Ergebnis für $\langle 0|T\psi_a(x)\psi_b(y)|0\rangle$?
- 9.16. Der Propagator des freien Diracfeldes ist durch

$$S_{ab}(x) = i\langle 0|T\psi_a(x)\bar{\psi}_b(0)|0\rangle$$

definiert. Welche Differentialgleichung und welche Randbedingungen erfüllt $S(x)$? Wie lautet die Fourierdarstellung von $S(x)$?

9.17. Wie lautet das Wicktheorem für ein freies Diracfeld?

$$\langle 0 | T \psi_{a_1}(x_1) \bar{\psi}_{b_1}(y_1) \dots \psi_{a_n}(x_n) \bar{\psi}_{b_n}(y_n) | 0 \rangle = \dots$$

9.18. Wie verhält sich das Diracfeld $\psi(x^0, \vec{x})$ bei einer Paritätstransformation?

9.19. Geben Sie die Definition von γ_5 an.

9.20. Wie transformieren $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ und $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x)$ bei einer Lorentztransformation?

9.21. Wie ist $\sigma^{\mu\nu}$ definiert? Wie transformiert $\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x)$ unter einer Lorentztransformation?

9.22. Wie transformiert sich das Diracfeld bei Ladungskonjugation? Wie ist die Ladungskonjugationsmatrix C definiert? Schreiben Sie ihre Eigenschaften an.

9.23. Leiten Sie das Transformationsverhalten des Ausdrucks $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ unter Ladungskonjugation her.

10. Fermionisches Pfadintegral

10.1. ξ und η seien antikommutierende Größen. Schreiben Sie die Potenzreihenentwicklung von $e^{\xi\eta}$ an.

10.2. χ_1, \dots, χ_n und f^1, \dots, f^n seien antikommutierende Größen. Berechnen Sie

$$I(f^1, \dots, f^n) = \frac{\int d\chi_1 \dots d\chi_n \exp\left(-\frac{1}{2} D^{k\ell} \chi_k \chi_\ell + f^k \chi_k\right)}{\int d\chi_1 \dots d\chi_n \exp\left(-\frac{1}{2} D^{k\ell} \chi_k \chi_\ell\right)},$$

wobei $D^{k\ell} = -D^{\ell k}$ eine antisymmetrische Matrix ist.

10.3. Das erzeugende Funktional eines freien Diracfeldes ist durch

$$Z[\eta, \bar{\eta}] = \left\langle 0 \left| T \exp \left\{ i \int d^4x \left[\bar{\eta}(x) \Psi(x) + \bar{\Psi}(x) \eta(x) \right] \right\} \right| 0 \right\rangle$$

definiert, wobei die äußeren Quellen $\eta(x)$, $\bar{\eta}(x)$ Grassmannfelder sind. Wie lautet die Darstellung dieses erzeugenden Funktionals durch ein fermionisches Pfadintegral? Wie lautet die Lösung?

11. Vektorfeld

11.1. $V_\mu(x)$ sei ein freies reelles Vektorfeld mit Masse M . Wie lautet die entsprechende Lagrangedichte? Leiten Sie die daraus folgende Feldgleichung her und schreiben Sie ihre allgemeine Lösung an. Welchen Spin besitzt das dadurch beschriebene Teilchen?

11.2. Wie lautet die Fourierdarstellung der Zweipunktfunktion $\langle 0|TV_\mu(x)V_\nu(y)|0\rangle$ eines freien reellen Vektorfeldes (Masse M).

11.3. Gegeben sei der Tensor

$$T_{\mu\nu} = a(k^2)k_\mu k_\nu + b(k^2)g_{\mu\nu},$$

wobei k^μ ein 4-Vektor ist. Berechnen Sie T^{-1} .

11.4. Wie lautet die Lagrangedichte der Quantenelektrodynamik eines geladenen Spin- $\frac{1}{2}$ -Feldes (ohne eichfixierenden Term). Zeigen Sie, dass diese Lagrangedichte unter einer lokalen U(1)-Eichtransformation invariant ist.

11.5. Wie lautet die Lagrangedichte der Quantenelektrodynamik eines geladenen Spin-0-Feldes (ohne eichfixierenden Term). Zeigen Sie, dass diese Lagrangedichte unter einer lokalen U(1)-Eichtransformation invariant ist.

11.6. Wie lautet die Lagrangedichte des Photonfeldes in Anwesenheit einer äußeren (klassischen) Viererstromdichte J_μ inkl. eichfixierendem Term (R_ξ -Eichung).

11.7. Wie lautet der Photonpropagator in der R_ξ -Eichung?

$$D_{\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \dots$$

11.8. Betrachten Sie das Photonfeld in Anwesenheit einer äußeren (klassischen) Viererstromdichte J_μ . Was ist in diesem Fall die *physikalische* Interpretation des erzeugenden Funktionals $Z[J]$?

12. Wechselwirkungsbild

12.1. Gegeben sei der Hamiltonoperator $H_S(t) = H_S^{(0)} + V_S(t)$ im Schrödingerbild, wobei $H_S^{(0)}$ zeitlich konstant ist, während $V_S(t)$ explizit von der Zeit abhängt. Weiters sei A_S ein Operator im Schrödingerbild, der nicht explizit von der Zeit abhängt. Schließlich werde ein (reiner) Zustand zum Zeitpunkt $t = 0$ im Schrödingerbild durch den Vektor $|\psi_S(0)\rangle$ repräsentiert.

- Wie ist der Zusammenhang zwischen A_S und $A_{IP}(t)$? (IP = Interaction Picture = Wechselwirkungsbild)
- Wie ist der Zusammenhang zwischen $V_{IP}(t)$ und $V_S(t)$?
- Welcher Differentialgleichung genügt $|\psi_{IP}(t)\rangle$ und wie lautet ihre (formale) Lösung?
- Wie ist der Zusammenhang zwischen $A_H(t)$ (H = Heisenbergbild) und $A_{IP}(t)$?

12.2. Betrachten Sie ein reelles Skalarfeld φ mit der Wirkung

$$S[\varphi] = S_0[\varphi] + S_{\text{int}}[\varphi],$$

wobei

$$S_0[\varphi] = \frac{1}{2} \int d^d x (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2)$$

der freie Anteil der Wirkung und $S_{\text{int}}[\varphi]$ der Wechselwirkungsteil ist. Drücken Sie das erzeugende Funktional

$$Z[f] = \langle 0 | \text{T} e^{i \int d^d x f(x) \phi_{\text{H}}(x)} | 0 \rangle$$

durch Greenfunktionen von ϕ_{IP} bezüglich des störungstheoretischen Vakuums $|0\rangle$ aus. Diese Formel bildet die Grundlage der störungstheoretischen Berechnung des erzeugenden Funktionals im Wechselwirkungsbild.

13. Quantenelektrodynamik von Spin- $\frac{1}{2}$ -Fermionen

13.1. Schreiben Sie die Feynmanregeln der Quantenelektrodynamik eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens zur Berechnung von $i\mathcal{M}_{\text{fi}}$ an und zeichnen Sie die entsprechenden (Teile der) Feynmangraphen auf.

- Teilchen mit Impuls p und Spin s im Anfangszustand
- Antiteilchen mit Impuls p und Spin s im Anfangszustand
- Teilchen mit Impuls p und Spin s im Endzustand
- Antiteilchen mit Impuls p und Spin s im Endzustand
- Wechselwirkungsvertex
- Innere Photonlinie in der Feynmaneichung
- Innere Fermionlinie
- Photon mit Impuls k im Anfangszustand
- Photon mit Impuls k im Endzustand

13.2. Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für den Baumgraphenbeitrag des Prozesses $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ und schreiben Sie den entsprechenden Beitrag zu $i\mathcal{M}$ an.

13.3. Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für den Baumgraphenbeitrag des Prozesses $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ und schreiben Sie den entsprechenden Beitrag zu $i\mathcal{M}$ an.

13.4. Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für den Baumgraphenbeitrag der Comptonstreuung $e^-\gamma \rightarrow e^-\gamma$ und schreiben Sie den entsprechenden Beitrag zu $i\mathcal{M}$ an.

- 13.5. Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für den Baumgraphenbeitrag zur Paarvernichtung $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ und schreiben Sie den entsprechenden Beitrag zu $i\mathcal{M}$ an.
- 13.6. Zeichnen Sie das Feynmandiagramm für den Baumgraphenbeitrag des Prozesses $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ ($f \neq e$) und schreiben Sie den entsprechenden Beitrag zu $i\mathcal{M}$ an.
- 13.7. Schreiben Sie den führenden Beitrag zu

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

- unterhalb der $c\bar{c}$ -Schwelle, aber oberhalb des Bereichs der Resonanzen der leichten Quarks,
- oberhalb der $c\bar{c}$ -Schwelle, aber unterhalb der $b\bar{b}$ -Schwelle,
- oberhalb der $b\bar{b}$ -Schwelle, aber unterhalb der Produktionsschwelle des Z -Bosons

an und begründen Sie Ihr Antwort.

14. Die anomalen magnetischen Momente von e^\pm und μ^\pm

- 14.1. Wie lautet die Formfaktorzerlegung des Strommatrixelements

$$\langle p', s' | j^\mu(0) | p, s \rangle = \dots$$

für ein Elektron?

- 14.2. Wie lautet die Gordonzerlegung?

$$\bar{u}(p', s') \gamma^\mu u(p, s) = \dots$$

- 14.3. Wie lautet der Zusammenhang zwischen dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ und dem Bahn- und Spindrehimpuls für ein Elektron im nichtrelativistischen Limes? Wie ist der Zusammenhang zwischen dem g -Faktor und dem Formfaktor $F_2(0)$? Wie ist a_e definiert?
- 14.4. Welcher Graph liefert den Einschleifenbeitrag zum anomalen magnetischen Moment des Elektrons? Welcher Wert ergibt sich in dieser Ordnung für a_e ?

15. Nichtabelsche Eichtheorien

- 15.1. Gegeben sei eine Liealgebra \mathcal{L} mit Generatoren T_1, \dots, T_n und Vertauschungsrelationen $[T_a, T_b] = if_{abc}T_c$. Was versteht man unter einer (linearen) Darstellung dieser Liealgebra?

- 15.2. Schreiben Sie die Paulimatrizen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ an. Eine mögliche Basis der Liealgebra $\mathfrak{su}(2)$ ist durch $T_a = \sigma_a/2$ gegeben. Wie lauten die Vertauschungsrelationen?

$$[T_a, T_b] = \dots$$

Wie erhält man eine dreidimensionale Darstellung der $\mathfrak{su}(2)$?

- 15.3. Schreiben Sie die Gell-Mann-Matrizen $\lambda_1, \dots, \lambda_8$ an. Eine mögliche Basis der Liealgebra $\mathfrak{su}(3)$ ist durch $T_a = \lambda_a/2$ gegeben. Auf welche Weise kann man dann die Strukturkonstanten der $\mathfrak{su}(3)$ erhalten? Berechnen Sie als Beispiel f_{123} und f_{124} . Wie erhält man die achtdimensionale Darstellung der $\mathfrak{su}(3)$ mit Hilfe der Strukturkonstanten f_{abc} ?

- 15.4. Gegeben sei eine nichtabelsche Gruppe G . ψ sei ein fermionisches Multipllett, das sich bezüglich G nach der (unitären) Darstellung $U = \exp(-i\alpha_a T_a)$ transformiert.

- Wie lautet die auf ψ wirkende kovariante Ableitung?
- Wie transformiert $A_\mu(x) := T_a A_\mu^a(x)$ bei der lokalen Eichtransformation $\psi'(x) = U(x)\psi(x)$.
- Wie ist der verallgemeinerte Feldstärketensor $F_{\mu\nu} = T_a F_{\mu\nu}^a$ definiert? Wie ist sein Transformationsverhalten bei einer lokalen Eichtransformation?
- Schreiben Sie die Lagrangedichte $\mathcal{L} = \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_A$ an. Welche Selbstwechselwirkungsterme der Eichfelder gibt es?

16. Quantisierung nichtabelscher Eichfelder

- 16.1. Gegeben sei eine reine (nichtabelsche) Eichtheorie mit Lagrangedichte $\mathcal{L}[A]$.

- Schreiben Sie $\mathcal{L}[A]$ an
- Wie lautet der eichfixierende Term $\mathcal{L}_{GF}[A]$ im Fall der R_ξ -Eichung?
- Wie lautet der Faddeev-Popov-Term $\mathcal{L}_{FP}[\bar{c}, c, A]$ im Fall der R_ξ -Eichung?
- Schreiben Sie die Feynmanregeln für den Geistpropagator und die Kopplung der Geister an die Eichfelder an.

17. Spontane Symmetriebrechung

- 17.1. Erklären Sie (in einem Satz) den Unterschied zwischen der Wigner-Weyl- und der Nambu-Goldstone-Realisierung einer Symmetrie in einer Quantenfeldtheorie.
- 17.2. Geben Sie ein Beispiel für spontane Symmetriebrechung in der Festkörperphysik.

- 17.3. Die Lagrangedichte einer relativistischen Quantenfeldtheorie besitze eine (globale) Symmetrie bezüglich einer Liegruppe G . Was versteht man unter einem Ordnungsparameter? Wie lautet das Goldstonetheorem?
- 17.4. Die Lagrangedichte einer relativistischen Quantenfeldtheorie besitze eine (globale) Symmetrie bezüglich einer Liegruppe G (mit dazugehöriger Liealgebra \mathcal{L}). Die Symmetrie sei spontan gebrochen auf die Untergruppe H (mit dazugehöriger Liealgebra \mathcal{H}). Durch welche Eigenschaft ist die Subalgebra \mathcal{H} definiert?

$$\mathcal{H} = \{Q \in \mathcal{L} | \dots\dots\dots\}$$

Zeigen Sie, dass das so definierte \mathcal{H} tatsächlich eine Subalgebra von \mathcal{L} bildet. Wie hängt die Anzahl der Goldstonefelder mit den Dimensionen $d(G)$ und $d(H)$ zusammen?

- 17.5. Die spontane Brechung einer *diskreten* Symmetrie ist *nicht* mit dem Auftreten masseloser Felder verbunden. Betrachten Sie z.B. ein reelles Skalarfeld φ mit einer durch die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi)$$

beschriebenen Selbstwechselwirkung:

$$V(\varphi) = -\frac{\kappa}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4, \quad \lambda > 0.$$

Die diskrete Symmetrie $\varphi \rightarrow -\varphi$ ist für $\kappa > 0$ spontan gebrochen.

- Bestimmen sie die Minima des Potential $V(\varphi)$ (Skizze!).
- Wählen Sie $v > 0$, schreiben Sie $\varphi = v + \varphi'$, sodass der Vakuumerwartungswert von φ' (in Baumgraphennäherung) verschwindet.
- Drücken Sie \mathcal{L} durch φ' aus und ermitteln Sie die Masse und die Selbstwechselwirkungsterme von φ'

18. Spontane Brechung von lokalen Eichsymmetrien

- 18.1. Beschreiben Sie in einem Satz den Unterschied zwischen der spontanen Brechung einer globalen und einer lokalen Eichsymmetrie.
- 18.2. Kennen Sie ein Beispiel für die spontane Brechung einer *lokalen* Eichsymmetrie aus der Festkörperphysik?

18.3. Betrachten Sie die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*D^\mu\phi - V(\phi).$$

ϕ ist ein komplexes Skalarfeld mit kovarianter Ableitung

$$D_\mu\phi = (\partial_\mu + ieA_\mu)\phi.$$

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ der Feldstärketensor eines abelschen Eichfeldes und

$$V(\phi) = r\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2, \quad \lambda > 0,$$

beschreibt eine skalare Selbstwechselwirkung.

- Für $r = m^2 > 0$ ist die U(1)-Symmetrie der Theorie *nicht* spontan gebrochen. Wie ist das Massenspektrum in diesem Fall?
- Für $r < 0$ ist die U(1)-Symmetrie spontangebroschen. Ermitteln Sie die Minima des Potentials in diesem Fall.
- Im Fall spontaner Symmetriebrechung, können Sie in der unitären Eichung

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))$$

schreiben, wobei der Vakuumerwartungswert des Feldes $h(x)$ (in Baumgraphennäherung) verschwindet. Geben Sie den Zusammenhang zwischen v und den Parametern r, λ an.

- Schreiben Sie $\mathcal{L}(A, h)$ an, bestimmen Sie die Massen M_A, M_h und die verschiedenen Wechselwirkungsterme.