26. Studieren Sie durch Einführung von Relativkoordinaten die Bewegung zweier Massenpunkte im $\mathbf{R}^3$ mit Wechselwirkungspotential $U(r) = -\frac{\kappa}{r} + \frac{\alpha}{r^2}$ analog zum Kepler Problem. Berechnen sie die Gestalt der Bahn $r(\phi)$.

27. Aufgaben zum dritten Keplerschen Gesetz:

    (a) Berechnen Sie die Fallzeit eines Körpers von einem Punkt der Erdbahn - in großer Entfernung von der Erde - radial bis zur Sonne, indem Sie die Bahn als Grenzfall einer sehr exzentrischen Kepler-Ellipse ansehen.

    (b) Ein Nachrichtensatellit bewege sich auf einer Kreisbahn in der durch den Erdäquator festgelegten Ebene. In welchem Abstand vom Erdmittelpunkt muss sich der Satellit befinden, damit seine Bahn geostationär wird? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Abstand des Mondes von der Erde.

28. Berechnen Sie mittels Polarkoordinaten in der Ebene

    (a) den Lenz-Runge Vektor
    $$\vec{A} = \dot{\vec{x}}_r \times \vec{L}_r - \frac{\kappa}{r}\,\vec{x}_r$$

    (b) Bilden Sie $\vec{A} \cdot \vec{x}_r$.

    (c) Wählen Sie für $\vec{x}_r$ den Vektor zum Perizentrum und berechnen Sie $\vec{A}$ für diesen Spezialfall; da $\vec{A}$ eine Konstante ist, ergibt dies zugleich seinen allgemein gültigen Wert.

    (d) Berechnen Sie mittels des Ergebnisses für $\vec{A}$ aus (c) erneut $\vec{A} \cdot \vec{x}_r$, hier wird $\vec{x}_r$ als allgemeiner Vektor - mittels Polarkoordinaten in der Ebene - genommen..

    (e) Ermitteln Sie die Lösung des Kepler Problems nach Gleichsetzen von $\vec{A} \cdot \vec{x}_r$ aus (b) und (d).

29. Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die elastische Streuung von

    (a) Massenpunkten an einer harten Kugel mit Radius R

    (b) harten Kugeln von Radius $R/2$ an einer harten Kugel mit Radius R/2

    (c) Berechnen Sie in beiden Fällen den totalen Wirkungsquerschnitt $\int \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega$.

Hinweis: Gewinnen Sie die Relation zwischen Streuwinkel und Stoßparameter, indem Sie verlangen, dass das Reflexionsgesetz "Einfallswinkel=Ausfallswinkel" gelten soll.

30. Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die elastische Streuung zweier harten Kugeln mit Radius $R/2$ alternativ dadurch, dass das Potential durch eine unendlich hohe Stufe beim Abstand R gegeben ist

$$U(r) = \{ \begin{array}{cc} 0 & r > R \\ \infty & r \leq R \end{array}$$

Finden Sie die Relation zwischen Streuwinkel θ und Stoßparameter b gemäß der Formel (Begründung?)

$$\theta = \pi - 2\frac{l}{\sqrt{2\mu}} \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E_r - U_{eff}(r)}}$$

und verwenden Sie

$$l = \mu b|\vec{v}|, \quad E_r = \frac{1}{2}\mu\vec{v}^2.$$