1. Lösen Sie mittels eines Exponentialansatzes

$$\ddot{x} - 4\,\dot{x} + 5\,x = 0$$

für $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -1$ und machen Sie die Probe!

2. Lösen Sie mittels der Methode der Variation der Konstanten

$$\dot{x} \,+\, 2x \,= t^2$$

für $x(0) = -1$ und machen Sie die Probe.

3. Lösen Sie für $\omega \neq 1$

$$\ddot{x} +\, x = cos\,\omega t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$$

wo die spezielle Lösung $x_{\text{spez}}(t)$ gemäß der Formel für die Variation der Konstanten bestimmt wird

$$x_{\text{spez}}(t) = -x_1 \int \frac{x_2 f}{W} \mathrm{d}t + x_2 \int \frac{x_1 f}{W} \mathrm{d}t.$$

Hier sind x_1, x_2 linear unabhängige Lösungen der homogenen Gleichung, $W(t)$ die Wronski Determinante sowie $f = cos\,t$. Machen Sie die Probe.

4. Lösen Sie für $\omega \neq 1$

$$\ddot{x} +\, x = cos\,\omega t, \quad \text{wo} \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$$

mittels eines speziellen Ansatzes für $x_{\text{spez}}(t)$.

5. Lösen Sie auf mehrere Arten (Variation der Konstanten, spezieller Ansatz, mittels Regel von de L'Hospital bei Grenzwertbildung $\omega \to 1$)

$$\ddot{x} +\, x = cos\,t, \quad \text{wo} \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$$

und machen Sie die Probe.