

# Übungen zu T4 Statistische Physik im SS 2013

## Aufgabe 21

Die Massendichte von trockener Luft bei Normalbedingungen ( $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{ atm}$ ) ist ca.  $1,29\text{ kg m}^{-3}$  und setzt sich aus etwa 78%  $\text{N}_2$ , 21%  $\text{O}_2$  und 1%  $\text{Ar}$  (Volumsprozente) zusammen. Wieviele Moleküle  $\text{N}_2$  sind pro Kubikmeter vorhanden?

## Aufgabe 22

Berechnen Sie für das verdünnte (eiatomige) ideale Gas aus  $S(U, V, N)$  die innere Energie  $U(S, V, N)$  und damit  $p(S, V, N)$ .

## Aufgabe 23

Sei  $u(s)$  eine zweimal stetig differenzierbare Funktion auf einem offenen Intervall mit  $u''(s) > 0$  oder  $u''(s) < 0$ . Die *Legendretransformation* führt  $u$  in die Funktion  $f(t) = u(s) - ts$  über, wo  $t = u'(s)$  bedeutet. Zeigen Sie, dass  $f$  wohldefiniert ist und die Gleichungen  $f'(t) = -s$  und  $f''(t) = -1/u''(s)$  erfüllt. Wie lautet die Umkehrtransformation? Was sind die Konkavitäts- und Konvexitätseigenschaften von  $u$  und  $f$ ?

## Aufgabe 24

Berechnen Sie für das verdünnte (eiatomige) ideale Gas durch Legendre-Transformation aus  $U(S, V, N)$  die freie Energie  $F(T, V, N)$ .

## Aufgabe 25

Die innere Energie eines Systems sei gegeben durch  $U(S) = U_0(S/S_0)^2$ . Wie lautet seine freie Energie  $F(T)$ ?

## Aufgabe 26

Betrachten Sie einen harmonischen Oszillator mit Kreisfrequenz  $\omega$  im Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur  $T$ . Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme und den Erwartungswert und die Schwankung der Energie des Oszillators.

## Aufgabe 27

Betrachten Sie das kanonische Ensemble eines Systems aus  $N$  nicht wechselwirkenden Spin-1/2 Teilchen im homogenen Magnetfeld mit Hamiltonoperator

$$H = -\mu B \sum_{j=1}^N \sigma_j^z.$$

Bestimmen Sie:

- die Energieeigenwerte und deren Entartungsgrad,
- die kanonische Zustandssumme,
- die freie Energie und die innere Energie,
- die Entropie,

- e) die Wärmekapazität,
- f) die mittlere Magnetisierung.
- g) Bestimmen Sie jeweils das Verhalten bei kleiner und großer Temperatur und berechnen Sie den Limes der Entropie für  $T \rightarrow 0$ .