

Übungen zu M1, SS13, H. Hüffel

41. Entwickeln Sie $\frac{z}{1+z^2}$ in eine Laurentreihe um $z_0 = i$ im Bereich $0 < |z - i| < 2$.
42. Entwickeln Sie $\frac{1}{z(z-2)(z-3)}$ in eine Laurentreihe um $z_0 = 0$ im Bereich $0 < |z| < 2$, sowie im Bereich $2 < |z| < 3$.
43. Klassifizieren Sie alle singulären Stellen und berechnen Sie die Residuen an diesen Stellen:

$$\frac{1}{(1-z)^3}, \frac{e^z}{(1-z)^3}, \frac{1}{z^3-3}, \frac{1}{z^3(z+4)}, 2\frac{e^z-1}{\sin^3 z}$$

44. Beweisen Sie die Cauchysche Integralformel mittels des Residuensatzes, begründen Sie Ihre Beweisschritte.
45. Berechnen Sie mittels des Residuensatzes $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 4}$.