26. In welches Gebiet wird

- der erste Quadrant der komplexen Ebene durch $z \to z^2$ abgebildet?
- ein Kreis vom Radius r um den Ursprung der komplexen Ebene durch $z \to \sqrt{z}$ abgebildet?
- das Innere / Äußere eines Einheitskreises um den Ursprung der komplexen Ebene durch $z \to \dfrac{1}{z}$ abgebildet?

27. In welches Gebiet wird $\{z \in \mathbf{C} \,|\, z \neq 0$ und $arg\, z \neq \pm\pi/2\}$ durch $z \to z^2$ abgebildet? In welches Gebiet wird dieses dann schlussendlich durch $z \to ln\, z$ übergeführt (wählen Sie den Zweig mit $y_0 = -\pi$)?

28. Betrachten Sie die Abbildung $z \to sin\, z$ und zeigen Sie, dass Linien parallel zur reellen Achse $\{z = x + i\, y_0 |\, x, y_0 \in \mathbf{R},\, y_0$ konstant$\}$ in Ellipsen transformiert werden.

    HINWEIS: Benützen Sie Winkeladditionsformeln, setzen Sie $sin\, z = u + iv$ und zeigen Sie, dass (u, v) Punkte einer Ellipse in Hauptlage sind.

29. Beweisen Sie, daß $f(z) = e^z$ auf ganz $\mathbf{C}$ analytisch ist und berechnen Sie $f'(z)$.

30. Eine (auf einem offenen Gebiet $G \subset \mathbf{R^2}$ zweimal stetig differenzierbare) Funktion $u(x, y)$ heisst harmonisch, wenn $\triangle u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. Zeigen Sie, dass für eine (auf einem offenen Gebiet $G \subset \mathbf{C}$) analytische Funktion $f = u + iv$ gilt, dass u und v harmonisch sind. Überprüfen Sie dies für $f = z^4$.