

16. Eine Lösung von

$$y'' + \frac{1}{x} y' + \frac{1}{x(1-x)} y = 0$$

lautet $y_1 = 1 - x$. Finden Sie eine dazu linear unabhängige zweite Lösung y_2 mittels der Wronskideterminantenmethode. Überprüfen Sie anschließend, dass y_2 tatsächlich Lösung ist.

17. Bestimmen Sie näherungsweise mittels Reihenansatzes um $x_0 = 0$ bis zur Ordnung $O(x^4)$ zwei linear unabhängige Lösungen y_1, y_2 von

$$y'' - \frac{2x}{1-x^2} y' + \frac{2}{1-x^2} y = 0$$

HINWEIS: Erweitern Sie die Differentialgleichung mit $(1-x^2)$ bevor Sie mit der Reihenentwicklung beginnen!

18. Lösen Sie $m\ddot{x} = -\frac{1}{x^2}$, $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = v_0$ und diskutieren Sie das Verhalten der Lösung.

19. Betrachten Sie den Körper der komplexen Zahlen. Wie lauten das Nullelement und inverse Element bzgl. der Addition, das Einselement und das inverse Element bzgl. der Multiplikation?

20. Sei $z \in \mathbf{C}$

(a) Beweisen Sie $Re(iz) = -Im(z)$ sowie $Im(iz) = Re(z)$

(b) Ist es falsch oder richtig, dass $Re(zw) = Re(z)Re(w)$ für beliebige $z, w \in \mathbf{C}$?

(c) Zeigen Sie, dass $\left(\frac{3+7i}{8+6i}\right)^* = \frac{3-7i}{8-6i}$

(d) Beweisen Sie mit Hilfe der Dreiecksungleichung, dass $|z - z'| \geq ||z| - |z'||$.