Übungen zu M2, WS 12/13, M. Könenberg

Aufgabe 7: Geben Sie jeweils Hauptsysteme für die Differentialgleichungen

$$y'' - z\,y' + 2y = 0, \qquad 2z^2\,y'' + (3z - 2z^2)\,y' - (z+1)\,y = 0$$

an. Entwickeln Sie die Lösung um $z_0 = 0$.

Aufgabe 8: Finden Sie mit Hilfe des Frobenius-Ansatzes an der Stelle $z_0 = 0$ die Lösungen der Differentialgleichung

$$z^2\,y'' + z\,y' + (z^2 - n^2)\,y = 0, \qquad n = 1,\,2,\,3,\ldots,$$

welche bei $z = 0$ einen endlichen Wert besitzen. Für welche z konvergiert das Ergebnis ?

Aufgabe 9: Sei y zweimal stetig differenzierbar auf $[a,\,b]$. Wir definieren

$$(Ly)(x) = (p(x)y'(x))' + q(x)y(x)$$

für eine stetig differenzierbare Funktion p und eine stetige Funktion q. Zeige, dass

$$\int_a^b (Lu)(x)v(x)dx = \int_a^b u(x)(Lv)(x)dx,$$

wenn u, v beide zweimal stetig differnzierbar sind, und wenn

$$\alpha_0 u(a) + \alpha_1 u'(a) = 0, \quad \beta_0 u(b) + \beta_1 u'(b) = 0$$

und

$$\alpha_0 v(a) + \alpha_1 v'(a) = 0, \quad \beta_0 v(b) + \beta_1 v'(b) = 0$$

gilt für $(\alpha_0, \alpha_1) \neq (0,0)$ und $(\beta_0, \beta_1) \neq (0,0)$.