

## Übungen zu M2, WS 12/13, M. Könenberg

**Aufgabe 1:** Seien  $a, b > 0$ . Bestimme alle Lösungen von

$$y' = a y (b - y).$$

Seien jetzt  $a := 1$  und  $b := 2$ .

- (a) Löse das Anfangswertproblem  $y(0) = 1$ .
- (b) Für welche Werte von  $y_0 \geq 0$  wächst, bzw. fällt die Lösung des Anfangswertproblems  $y(0) = y_0$ . Bestimmen Sie alle konstanten Lösungen.
- (c) Skizziere den Verlauf der Lösungen im ersten Quadranten.

**Aufgabe 2:** Es gelte

$$y' = x y^2.$$

- (a) Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung
- (b) Gib eine Formel für die Lösung zum Anfangswert  $y(0) = y_0$  an.
- (c) Skizziere die Lösungen für die Fälle  $y_0 < 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $y_0 > 0$ .
- (d) Auf welchem Bereich sind die Lösungen definiert ?

**Aufgabe 3:** Gegeben sei folgende Differentialgleichung:

$$y' = a(x) y + b(x) y^\alpha, \quad \alpha \neq 0, 1.$$

Zeige, dass man nach Substitution  $z := y^{(1-\alpha)}$  eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung erhält. Bestimmen Sie damit die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = y + x y^2, \quad y(0) := 1.$$