

48) Geg.: $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 8 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke, sofern sie sinnvoll definiert sind:

(a) $x^T y$, $y^T x$, $y x^T$, $x y^T$

(b) Ax , $y^T Ax$, Bx , $y^T Bx$

(c) A^2 , B^2 , $B^T B$, $B B^T$

(d) AB , BA , AB^T , $A^T B$, BAx

49) A sei eine $m \times p$ -Matrix, B eine $p \times n$ -Matrix.
Zeigen Sie: $(AB)^T = B^T A^T$

50) Eine durch den Ursprung gehende Ebene im \mathbb{R}^3 sei durch den Normalvektor \vec{n} ($\vec{n}^2 = 1$) gegeben. Ermitteln Sie jene Matrix S , die der Spiegelung an dieser Ebene entspricht. $S^2 = ?$

51) \mathcal{P}_3 sei der Vektorraum der komplexen Polynome auf \mathbb{R} vom Grad ≤ 3 . Die Funktionen $f_0(x) = 1$, $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^3$ bilden eine Basis von \mathcal{P}_3 . Durch $(T_h p)(x) = p(x-h)$ ist eine lineare Abbildung auf \mathcal{P}_3 definiert. Geben Sie eine anschauliche Interpretation dieser Abbildung und ermitteln Sie die dazugehörige Matrixdarstellung bezüglich $\{f_0, f_1, f_2, f_3\}$.

52) Wie Bsp. 22, jedoch für die linearen Abbildungen $(Dp)(x) = p'(x)$ (erste Ableitung), D^2 , D^3 , D^4 .