36. Kann die komplexe Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-2)^n$ bei $z=0$ konvergieren, aber bei $z=3$ divergieren?

37. Finden Sie die Taylorreihenentwicklung um $z_0 = 0$ für $f(z) = \frac{1}{z^2-7z+12}$ und bestimmen Sie den Konvergenzradius.

38. Entwickeln Sie $\frac{1}{1-z^2}$ in eine Laurentreihe um $z_0 = -1$ im Bereich $0 < |z+1| < 2$, sowie im Bereich $2 < |z+1|$.

39. Entwickeln Sie $\frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ in eine Laurentreihe um $z_0 = 0$ im Bereich $0 < |z| < 1$, sowie im Bereich $1 < |z| < 2$.

40. Berechnen Sie die Residuen von

    - $\frac{1}{e^z-1}$, $z_0 = 0$
    - $\frac{e^z}{(z^2-1)^2}$, $z_0 = 1$

41. Berechnen Sie die Residuen von

    - $\frac{1}{z^2\, sin z}$, $z_0 = 0$
    - $\frac{e^z+1}{z^4}$, $z_0 = 0$

42. Sei $f(z)$ analytisch in einem Gebiet G und sei darin ein Kreis mit Radius r und Mittelpunkt z_0 gegeben. Beweisen Sie, dass der Absolutbetrag von f im Mittelpunkt des Kreises nicht größer als das Maximum seiner Werte am Kreis ist.

    Hinweis: Verwenden Sie die Cauchy'schen Integralformel für $f(z_0)$.

43. Betrachten Sie $\int_\gamma e^{-z^2/2}\, dz$, wo γ entweder

    - der geradlinige Weg zwischen R und $R + i\, a$, mit $R, a \in \mathbf{R}^+$

    oder

    - der geradlinige Weg zwischen $-R$ und $-R + i\, a$, mit $R, a \in \mathbf{R}^+$ ist.

    Beweisen Sie, daß der Absolutbetrag des Integrals für $R \to \infty$ für jede der beiden Wahlen des Weges verschwindet.

44. Beweisen Sie, daß für $a \in \mathbf{R}^+$ mittels des Cauchy'schen Integralsatzes $\int_{-\infty}^{-\infty} e^{-x^2/2}\,dx = \int_{-\infty}^{-\infty} e^{-(x-i\,a)^2/2}\,dx$ gilt.

    Hinweis: Betrachten Sie zunächst das Integral $\int_\gamma e^{-z^2/2}\,dz$ entlang eines geschlossenen Weges γ, der aus einem auf der x-Achse zwischen $-R$ und R liegenden Rechteck mit der Höhe a gebildet wird. Anschließend lassen Sie $R \to \infty$ gehen.

45. Zeigen Sie, daß $\int_\gamma \frac{5z-2}{z(z-1)}\,dz = 10\,\pi i$, wo γ ein beliebiger Kreis mit Radius $r > 1$ um den Urspung ist.