Übungen zur Theoretischen Physik II: Quantenmechanik I, SS 2010

Prof. Dr. R.A. Bertlmann, S. Arroyo Camejo, B.Sc.

Blatt 8

28) Zeigen Sie, dass für einen Hamiltonoperator $H = P^2/2m + V(X)$ mit symmetrischem Potential $V(X) = V(-X)$ ein Basissystem von Eigenzuständen angegeben werden kann, das nur aus geraden und ungeraden Zuständen besteht.

Hinweis: Verwenden Sie den Paritätsoperator $P : Pf(x) = f(-x)$.

29) Ein quantenmechanisches Modell zur Berechnung der Energien und Zustände des NH_3 Moleküls ist das in Abb. 1 skizzierte Kastenpotential.

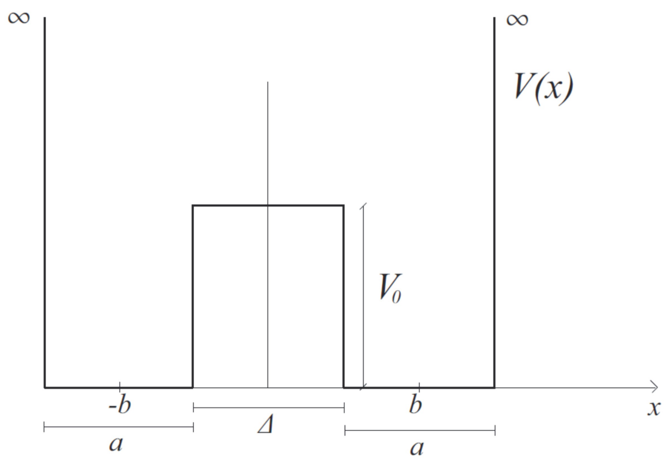

Abbildung 1: Potential $V(x)$ als Modell von NH_3

a) Berechnen Sie für dieses Potential die allgemeine Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right)\psi(x) = E\psi(x), \quad E < V_0$$

in den Bereichen I, II und III unter Verwendung der Randbedingung $\psi(x = \pm(b + a/2)) = 0$.

b) Leiten Sie aus den Stetigkeitsbedingungen für ψ und $\frac{d\psi}{dx}$ Gleichungen für die Energien her (getrennt für die symmetrische und asymmetrische Lösung aus a)).

30) a) Geben Sie die Lösungen (nach den Energiewerten E) der Gleichungen aus Bsp. 29 b) für den symmetrischen und den asymmetrischen Fall sowie die mittlere Energie (aus diesen beiden Fällen) an. Nehmen Sie dazu an, dass $E << V_0$ und $q\Delta >> 1$ mit $q = 1/\hbar\sqrt{2m(V_0 - E)}$.

b) Skizzieren Sie die links- und rechts orientierten Zustände, die sich aus den Superpositionen von symmetrischen und asymmetrischen Lösungen (ψ_S und ψ_A) ergeben:

$$\psi_L = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_S - \psi_A\right), \ \psi_R = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_S + \psi_A\right).$$

Die zeitabhängigen Lösungen ergeben sich durch Superposition der stationären symmetrischen und asymmetrischen Zustände. Vergleichen Sie die Zeitentwicklung mit dem Zustand aus Bsp. 21.