

---

# Übungen zur Theoretischen Physik II: Quantenmechanik I, SS 2010

Prof. Dr. R.A. Bertlmann, S. Arroyo Camejo, B.Sc.

## Blatt 7

- 25) Gegeben sei der in Abb. 1 skizzierte Potentialwall. Im klassischen Fall wird eine von links ankommende Welle mit  $E < V_0$  am Potentialwall vollständig reflektiert, da eine Propagation im Potentialwall energetisch verboten ist.

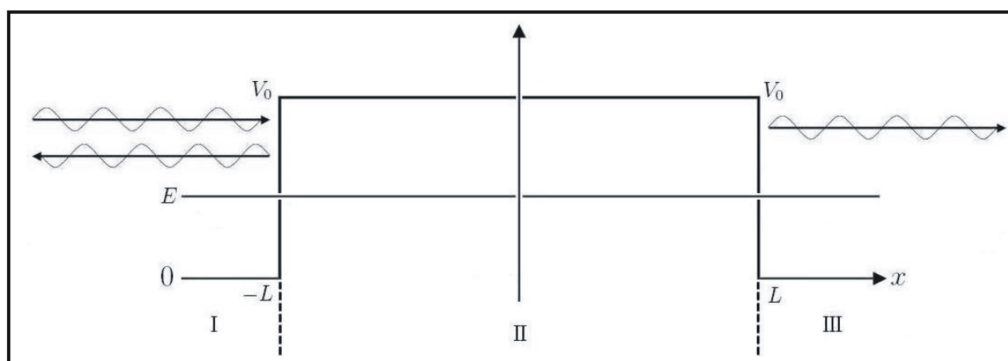


Abbildung 1: Potentialwall  $V(x)$

- a) Berechnen Sie für dieses Potential die Lösung im quantenmechanischen Fall. Stellen Sie zunächst für die drei Bereiche I, II und III sinnvolle Ansatzfunktionen  $\psi_I$ ,  $\psi_{II}$  und  $\psi_{III}$  auf und finden Sie die allgemeine Lösung durch Lösen der Schrödingergleichung

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right) \psi(x) = E\psi(x), \quad E < V_0 .$$

- b) Skizzieren und diskutieren Sie die Lösungen.  
c) Wie berechnet sich die Wahrscheinlichkeit, dass die Welle durch den Potentialwall hindurchtunnelt?

- 26) Beim radioaktiven  $\alpha$ -Zerfall geht der Atomkern durch Emission von  $\alpha$ -Teilchen in einen energetisch niedrigeren Zustand über. Außerhalb des Kerns  $r_0 < |r|$  ist das Potential durch die Coulomb-Kraft gegeben:

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon r} .$$

Innerhalb des Kerns  $0 < |r| < r_0$  kann das Potential, welches die  $\alpha$ -Teilchen erfahren, als  $-V_0 = \text{const.} < 0$  angenommen werden (siehe Skizze in Abb. 2). Der Kernradius skaliert näherungsweise wie  $r_0 = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{m} Z^{1/3}$ .

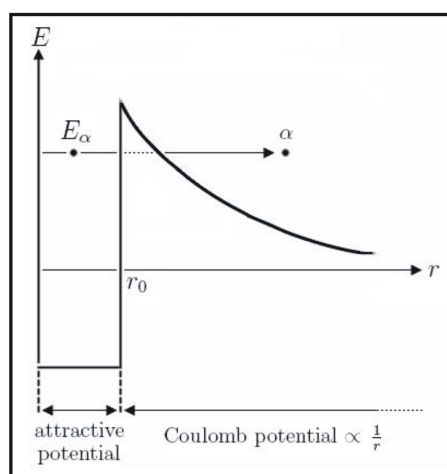


Abbildung 2: Potentialverlauf des Atomkerns  $V(r)$

- a) Welche Energie müssen die  $\alpha$ -Teilchen haben, um dem Kern zu entkommen?
- b) Wie lang ist die mittlere Lebensdauer  $\tau = \frac{t_0}{T}$ , wenn  $T$  die Tunnelwahrscheinlichkeit und  $t_0$  die Zeit ist, die das  $\alpha$ -Teilchen zum Durchqueren des Kerndurchmessers benötigt.
- 27) Zeigen Sie, dass

- a) die Energie  $E$  für *normierbare* Lösungen der freien Schrödingergleichung

$$\psi(x, t) = \phi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

reell sein muss.

- b) die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung immer reell gewählt werden kann.