Übungen zur Theoretischen Physik II: Quantenmechanik I, SS 2010

Prof. Dr. R.A. Bertlmann, S. Arroyo Camejo, B.Sc.

Blatt 5

17) Berechnen Sie das Wellenpaket der freien Bewegung eines Teilchens

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} dp\, \tilde{\psi}(p) e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}, \quad E = \frac{p^2}{2m} \tag{1}$$

wobei die Wellenfunkion im Impulsraum durch die Gaußfunktion

$$\tilde{\psi}(p) = d\, e^{-\frac{\sigma^2 (p-p_0)^2}{2\hbar^2}}, \quad d = \sqrt{\frac{\sigma}{\pi^{1/2}\hbar}}$$

gegeben ist.

Drücken Sie das Resultat durch die Größen

$$a := \frac{\sigma^2}{2\hbar^2} + i\frac{t}{2m\hbar}, \quad b := \frac{\sigma^2 p_0}{2\hbar^2} + i\frac{x}{2\hbar}, \quad c := \frac{\sigma^2 p_0^2}{2\hbar^2}$$

aus.

18) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi(x,t)|^2$ unter Verwendung des Resultats von Aufgabe 17) (bzw. siehe Vorlesungsmitschrift). Skizzieren und diskutieren Sie das Ergebnis.

19) Berechnen Sie die Erwartungswerte der Operatoren

a) X und X^2 und die Unschärfe ΔX

b) P, P^2 und ΔP

für das Gauß'sche Wellenpaket (1) und zeigen Sie, dass die Unschärferelation in Ort und Impuls minimal wird.

20) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle H \rangle$ der Energie des harmonischen Oszillators (hier ist $V = \frac{m\omega^2}{2} x^2$) für das Gauß'sche Wellenpaket

$$\psi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} \ .$$