
Übungen zur Theoretischen Physik II: Quantenmechanik I, SS 2010

Prof. Dr. R.A. Bertlmann, S. Arroyo Camejo, B.Sc.

Blatt 1

1) Leiten Sie die Plancksche Strahlungsformel her, indem Sie

a) die mittlere Energie $\bar{E} = \frac{\text{Gesamtenergie}}{\text{Gesamtzahl der Oszillatorschwingungen}}$

b) die Energiedichte $u(\omega) = \frac{1}{V} \frac{dE_{\text{ges}}}{d\omega}$

bilden. Die Oszillatoren in der Hohlraumwand besitzen eine Schwingungsverteilung, die der Boltzmann-Statistik

$$N(n) \sim e^{-nE_0/k_B T}$$

(mit $E_0 = \hbar\omega$) entspricht. Beachten sie, dass $\frac{dE_{\text{ges}}}{d\omega} \sim \frac{dE_{\text{ges}}}{dn} = \bar{E}$ gilt, wobei n die Anzahl der möglichen Frequenzen in einem Hohlraum ist.

Hinweis: Die dabei auftretenden Reihen lassen sich durch

$$\frac{\frac{d}{dx} f(x)}{f(x)} = \frac{d}{dx} \ln f(x)$$

auswerten.

2) Bestimmen Sie die Grenzfälle der Planckschen Strahlungsformel für

1. sehr kleine Frequenzen (\Rightarrow Rayleigh-Jeans Strahlungsformel)
2. sehr große Frequenzen (\Rightarrow Wien'sche Strahlungsformel)

für die Energiedichte

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} .$$

3) Bestimmen Sie das Planck'sche Strahlungsgesetz $u(\lambda, T)$ in Abhängigkeit der Wellenlänge λ und der Temperatur.

Hinweis: Da das Strahlungsgesetz über Frequenzdifferenzen $d\omega$ hergeleitet wurde, ist $u(\omega, T)$ (siehe Bsp. 2) mit $d\omega$ zu multiplizieren und ω durch λ auszudrücken.

-
- 4) Finden Sie die Wellenlänge λ_{\max} , für die $u(\lambda, T)$ den maximalen Wert annimmt, und zeigen Sie somit, dass

$$\lambda_{\max} T = \text{const.} \quad (\text{Wien'sches Verschiebungsgesetz})$$

gilt. Bestimmen Sie die Konstante.

Hinweis: Zur Bestimmung des Maximums stößt man auf die Gleichung $5(1 - e^{-x}) = x$. Lösen Sie diese numerisch (z.B. durch Iteration).