

Übungen zu T3 Elektrodynamik im WS 2009

Aufgabe 39

Verifizieren Sie, dass die retardierte Zeit $t_{ret}(t, \vec{x})$ eines Punktteilchens mit Trajektorie $\vec{z}(\tau)$ die Relation

$$\vec{\nabla} t_{ret} = -\frac{1}{c} \frac{\vec{n}}{1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n}} \Big|_{ret}$$

erfüllt. ($\vec{\beta} \equiv \dot{\vec{z}}/c$, $\vec{n} \equiv \vec{d}/d$, $\vec{d} \equiv \vec{x} - \vec{z}$.)

Aufgabe 40

Ebenso

$$\vec{\nabla}(d - \vec{d} \cdot \vec{\beta}) = \left(\vec{n} - \vec{\beta} - \frac{s\vec{n}}{c(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})} \right)_{ret} \quad \text{mit } s \equiv \frac{\partial}{\partial t_{ret}}(d - \vec{d} \cdot \vec{\beta}) .$$

Aufgabe 41

Leiten Sie mit Hilfe von 39. und 40. die folgende Darstellung des elektromagnetischen Feldes einer Punktladung her:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{q\dot{\vec{\beta}}}{d - \vec{d} \cdot \vec{\beta}} \dot{t}_{ret} + \frac{q}{(d - \vec{d} \cdot \vec{\beta})^2} \left(1 - \frac{s}{c} \dot{t}_{ret}\right) (\vec{n} - \vec{\beta}) ,$$

$$\vec{B} = -\frac{1}{c} \frac{q\vec{n} \times \dot{\vec{\beta}}}{d - \vec{d} \cdot \vec{\beta}} \dot{t}_{ret} - \frac{q}{(d - \vec{d} \cdot \vec{\beta})^2} \left(1 - \frac{s}{c} \dot{t}_{ret}\right) (\vec{n} \times \vec{\beta}) .$$

Folgern Sie daraus $\vec{B} = \vec{n} \times \vec{E}$. (Alle von τ abhängigen Größen auf den rechten Seiten sind zu $\tau = t_{ret}$ zu nehmen.)

Aufgabe 42

Entwickeln Sie $\Phi_{str}(t, \vec{x})$ für ein geladenes Punktteilchen mit Trajektorie $\vec{z}(t)$, $\vec{z}(t-r/c) = 0$, bis zur zweiten Multipolordnung und schließen Sie daraus, dass im Limes $v/c \rightarrow 0$ nur E1-Strahlung emittiert wird.

Aufgabe 43

Eine kurze Dipolantenne besteht aus zwei (perfekt leitenden) Armen (Länge $l/2$) entlang der z-Achse, die durch eine kleine Lücke in $z = 0$ getrennt sind. Dort werde ein Strom $I(t) = \hat{I}e^{-i\omega t}$ eingespeist (er hat in beiden Armen dieselbe Richtung). Die Stromverteilung $I(t, z)$ entlang eines Arms werde linear in z angenommen. Bestimmen Sie die Linienladungsdichte $\lambda(t, z)$ auf den Armen, das gesamte Dipolmoment $\vec{d}(t)$ und die differenzielle und totale abgestrahlte Leistung. Was wird man als den Strahlungswiderstand der Antenne bezeichnen? Welches Vorzeichen hat die Reaktanz der Antenne?

Aufgabe 44
Leiten Sie die Beziehung

$$\vec{j}_{geb}(t, \vec{x}) = c\vec{\nabla} \times \vec{M}(t, \vec{x}) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}(t, \vec{x})$$

durch Mittelung über mikroskopische Größen und Anwenden der Dipolnäherung her.

Aufgabe 45
Auf Grund des Elektronenspins ist mit der Ladungsverteilung $\rho(r) = Ce^{-\alpha r}$ des Elektrons im Grundzustand des Wasserstoffatoms ($\alpha = 2/r_B$, $r_B \dots$ Bohrradius) eine Magnetisierung $\vec{M} = \rho(r)\vec{\mu}/e$ verbunden. Zeigen Sie, dass das dadurch erzeugte Magnetfeld $\vec{B}(0) = \frac{8\pi}{3}\vec{M}(0)$ erfüllt. Wie groß (in eV) ist daher die Energiedifferenz zwischen paralleler und antiparalleler Einstellung des Protonenspins zum Elektronenspin?

Aufgabe 46
a) Wie ändert sich die Kapazität eines Plattenkondensators durch Ausfüllen des Zwischenraums mit einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante ϵ ?
b) Wie ändert sich die Induktivität einer langen zylindrischen Spule durch Einfügen eines Eisenkerns mit Permeabilität μ in den Innenraum?

Aufgabe 47
Leiten Sie die Fresnelschen Gleichungen für Polarisation senkrecht zur Einfallsebene her (n_{II} komplex):

$$\frac{\hat{E}'}{\hat{E}} = \frac{2n_I \cos\phi}{n_I \cos\phi + \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2 \sin^2\phi}}$$

,

$$\frac{\hat{E}''}{\hat{E}} = \frac{n_I \cos\phi - \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2 \sin^2\phi}}{n_I \cos\phi + \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2 \sin^2\phi}}$$

.

Aufgabe 48
Spezialisieren Sie die Gleichungen in Aufgabe 47 für n_{II} reell auf senkrechten Einfall und vergleichen Sie mit dem entsprechenden Spezialfall für Polarisation parallel zur Einfallsebene. Zeigen Sie, dass im Fall $n_{II} > n_I$ die Reflexion mit einem Phasensprung um π einhergeht. Gilt diese Aussage auch für andere Einfallswinkel?