

16. Untersuchen Sie, ob auf $G = \mathbf{R}^3 \setminus \{x_3 - \text{Achse}\}$ das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \frac{1}{x_1^2 + x_2^2} \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ein konservatives Kraftfeld ist:

- gilt auf G , dass $\text{rot}\vec{F} = 0$?
- gilt auf G , dass $\vec{F} = \vec{\nabla}(-\arctan \frac{x_1}{x_2})$?
- berechnen Sie $\oint \vec{F} d\vec{x}$ entlang eines Kreises um die $x_3 - \text{Achse}$

17. Betrachten Sie die obere Fläche eines symmetrisch um die x_3 -Achse liegenden Torus. Bestätigen Sie für \vec{F} des vorangegangenen Beispiels den Satz von Stokes.

18. Legen Sie ein geeignetes Definitionsgebiet $G \subset \mathbf{R}^3$ für das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} -\frac{x_2}{\sqrt{1-x_1^2-x_2^2}} \\ -\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1^2-x_2^2}} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

fest und untersuchen Sie, ob \vec{F} konservativ ist:

- gilt auf G , dass $\text{rot}\vec{F} = 0$?
- können Sie auf G durch Integration von $\oint \vec{F} d\vec{x}$ entlang eines möglichst einfachen Weges von $\vec{x}_1 = \vec{0}$ nach $\vec{x}_2 = \vec{x}$ ein Potential $\phi(\vec{x})$ finden, sodass $\vec{F} = \vec{\nabla}\phi$?

19. Bestimmen Sie aus dem Gravitationsgesetz die Größe der Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche.

20. Zeigen Sie für 2 Protonen, dass die Coulomb-Kraft ungefähr 10^{36} mal stärker ist als die Gravitationskraft.