11. Berechnen Sie $div \, \frac{\vec{x}}{r^n}$, sowie $\triangle r^n$.

12. Zeigen Sie $\vec{\nabla}(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \times \vec{\nabla}) \times \vec{b} + (\vec{b} \times \vec{\nabla}) \times \vec{a} + \vec{a}(\vec{\nabla} \cdot \vec{b}) + \vec{b}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a})$.

13. Eine elektrische Ladung q_1 im Punkt $\vec{x}_1$ bewegt sich mit Geschwindigkeit $\dot{\vec{x}}_1$ und erzeugt dabei an einer Stelle $\vec{x}_2$ das Magnetfeld

$$\vec{B}(\vec{x}_2) = const \cdot q_1 \frac{\dot{\vec{x}}_1 \times (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)}{| \, \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \, |^3}$$

(Gesetz von Biot-Savart für das Magnetfeld einer bewegten Punktladung).

Geben Sie die Kraft $\vec{F}_{21}$ an, die eine zweite in $\vec{x}_2$ mit Geschwindigkeit $\dot{\vec{x}}_2$ bewegte Ladung q_2 auf Grund des Magnetfeldes B verspürt. Verwenden Sie die Formel der Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_{21} = q_2 \, \dot{\vec{x}}_2 \, \times \vec{B}(\vec{x}_2)$$

und werten Sie das doppelte Kreuzprodukt aus.

14. Wie lautet die Kraft $\vec{F}_{12}$, die q_2 auf q_1 ausübt? Zeigen Sie, daß im Allgemeinen $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$.

15. Ein Ausweg aus der scheinbaren Verletztung des “actio = reactio” Prinzips ergibt sich dadurch, dass man die gegenseitig aufeinander ausgeübten Kräfte *stromdurchflossener geschlossener Leiterschleifen* C_1 und C_2 betrachtet.

Das Magnetfeld $\vec{B}$ der vom Strom I_1 durchflossenen Leiterschleife C_1 ist

$$\vec{B}(\vec{x}_2) = const \cdot I_1 \int_{C_1} \frac{d\vec{x}_1 \times (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)}{| \, \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \, |^3}.$$

Die Lorentzkraft $\vec{F}_{21}$, die auf die vom Strom I_2 durchflossene Leiterschleife C_2 wirkt, ist

$$\vec{F}_{21} = I_2 \int_{C_2} d\vec{x}_2 \times \vec{B}(\vec{x}_2).$$

Werten Sie das doppelte Kreuzprodukt aus. Zeigen Sie sodann, daß der das Prinzip “actio = reactio” verletzende Term ein exaktes Differential bezüglich $\vec{x}_2$ ist. Daher verschwindet sein Beitrag zum Linienintegral über die geschlossene Leiterschleife C_2.