

Übungen zu T2, SS 2009, Blatt 6

- 30) Ein System aus zwei Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen befinde sich im Zustand

$$|\uparrow\uparrow\rangle^{AB} = |\uparrow\rangle^A \otimes |\uparrow\rangle^B$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte der folgenden Observablen in diesem Zustand.

- a) $\sigma_x^A \otimes \sigma_x^B = (\sigma_x^A \otimes \mathbb{1}^B)(\mathbb{1}^A \otimes \sigma_x^B)$
 - b) $\sigma_x^A \otimes \sigma_y^B$
 - c) $\sigma_z^A \otimes \mathbb{1}^B$
- 31) Die Observable Gesamtspin entlang der z -Achse eines Systems aus zwei Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen wird beschrieben durch den Operator

$$S_z^{AB} = S_z^A \otimes \mathbb{1}^B + \mathbb{1}^A \otimes S_z^B = S_z^A + S_z^B$$

Zeigen Sie, dass die Zustände $|\uparrow\uparrow\rangle$, $|\uparrow\downarrow\rangle$, $|\downarrow\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\downarrow\rangle$ Eigenzustände von S_z^{AB} sind und bestimmen Sie die entsprechenden Eigenwerte.

- 32) Auf analoge Weise zu Beispiel 31 wird der Gesamtspin eines zweiteiligen Systems beschrieben durch

$$\vec{S}^{AB} = \vec{S}^A \otimes \mathbb{1}^B + \mathbb{1}^A \otimes \vec{S}^B$$

Zeigen Sie, dass $|\uparrow\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\downarrow\rangle$ Eigenzustände von $(\vec{S}^{AB})^2$ sind, $|\uparrow\downarrow\rangle$ und $|\downarrow\uparrow\rangle$ jedoch nicht. Wie müssen die übrigen beiden Eigenfunktionen aussehen?

Hinweis: Drücken Sie $(\vec{S}^{AB})^2$ durch die Operatoren $\sigma_x^A \otimes \sigma_x^B$, $\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B$, $\sigma_z^A \otimes \sigma_z^B$ und $\mathbb{1}^A \otimes \mathbb{1}^B$ aus.

- 33) Ein Beispiel für einen verschränkten Zustand ist $|\psi^-\rangle$, einer der sogenannten Bell-Zustände, gegeben durch

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert $E(\vec{a}, \vec{b}) = \langle \vec{\sigma}\vec{a} \otimes \vec{\sigma}\vec{b} \rangle$, wobei $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, im Zustand ψ^- gegeben ist durch $E(\vec{a}, \vec{b}) = -\cos(\alpha)$, wo α der von \vec{a} und \vec{b} eingeschlossene Winkel ist.