

Übungen zu T2, SS 2007, Blatt 3

15) Zeigen Sie

$$m \frac{d}{dt} \langle \hat{x} \rangle = \langle \hat{p} \rangle$$

(Ehrenfest Theorem).

16) Zeigen Sie, dass der Erwartungswert des Impulsoperators gegeben ist durch

$$\langle \hat{p} \rangle_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} dp p \left| \tilde{\psi}(p) \right|^2, \quad (1)$$

wenn der Zustand $\psi(x)$ durch das Wellenpaket

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} dp \tilde{\psi}(p) e^{\frac{i}{\hbar} p x} \quad (2)$$

gegeben ist. *Hinweis:* Verwenden Sie die Dirac'sche Deltafunktion mit den Eigenschaften

$$\delta(p - p') = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{\frac{i}{\hbar}(p-p')x} \quad \text{und} \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp' \delta(p - p') f(p') = f(p). \quad (4)$$

17) a) Zeigen Sie, dass für die Wahrscheinlichkeitsstromdichte $\vec{j}(\vec{x}, t)$ gilt:

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = \frac{1}{m} \operatorname{Re} \left(\psi(\vec{x}, t) \hat{\vec{p}} \psi(\vec{x}, t) \right). \quad (5)$$

b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsstromdichte für eine ebene Welle an.

18) Für die eindimensionale Schrödinger-Gleichung mit Potential

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad \text{für } x < 0, \\ V(x) &= V_0 \quad \text{für } x > 0 \end{aligned}$$

zeigen Sie explizit, dass es keine (physikalisch akzeptablen) Lösungen mit $E < 0$ gibt.

19) Bestimmen Sie den Reflexionskoeffizienten ($|R|^2$) für Elektronen mit einer Energie $E = \frac{9}{8}V_0$ in einer (eindimensionalen) Potentialstufe der Höhe V_0 .