6. Lösen Sie mittels "Variation der Konstanten" $y\,' - y = cos\,x$, wo $y(0) = -1$ gelten soll.

7. In der Vorlesung wurde die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung $y\,' + f\,y = g$ als $y = y_{hom} + y_{spez}$ hergeleitet, wo

$$y_{hom}(x) = y_0\, e^{-\int_{x_0}^{x} d\bar{x}\, f(\bar{x})}, \qquad y_{spez}(x) = \int\limits_{x_0}^{x} d\tilde{x}\, \frac{g(\tilde{x})}{e^{-\int_{x_0}^{\tilde{x}} d\hat{x}\, f(\hat{x})}}\, e^{-\int_{x_0}^{x} d\bar{x}\, f(\bar{x})}$$

Beweisen Sie durch explizite Probe, dass $y(x)$ tatsächlich eine Lösung von $y\,' + f\,y = g$ mit $y(x_0) = y_0$ darstellt.

8. Es sei y_{spez} eine Lösung von $y\,' + f\,y = g$, y_{hom} eine Lösung von $y\,' + f\,y = 0$. Zeigen Sie, dass $y_{spez} + y_{hom}$ eine Lösung von $y\,' + f\,y = g$ ist und dass sich jede Lösung von $y\,' + f\,y = g$ so darstellen lässt.

9. Lösen Sie $y' = \frac{2cos^2x - sin^2x + y^2}{2cosx}$ mit $y(0) = -1$ gemäß der Substitution $y(x) = sinx + \frac{1}{z}$.

10. Lösen Sie $y' = (2x+1)y^2,\ y(0) = 1$ mittels des Iterationsverfahrens bis zum 2. Iterationsschritt, jedoch nur zur Ordnung $O(x^2)$. Vergleichen Sie mit der exakten Lösung.