Übungen zu M2, WS 12/13, M. Könenberg

Aufgabe 25: Berechnen Sie die ersten drei Ableitungen von $f(x) = |x| \sin(x)$ als Distribution ab. (Das heißt berechnen Sie die ersten drei Ableitungen von T_f).

Aufgabe 26: Sei $f(x) = \sin(\exp(x))$ für $x \in \mathbb{R}$. Ist f eine Schwartz-Funktion? Ist f langsam wachsend? Ist f (genau genommen T_f) eine reguläre, temperierte Distribution?

Aufgabe 27: Warum ist $\frac{1}{x}$ keine reguläre, temperierte Distribution? Der Prinzipalwert $\mathcal{P}\frac{1}{x}$ von $\frac{1}{x}$ ist folgende Distribution

$$T[\phi] = \lim_{\epsilon \to 0+} \Big\{ \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{\phi(x)}{x} dx + \int_{-\infty}^{-\epsilon} \frac{\phi(x)}{x} dx \Big\}.$$

Zeigen Sie, dass

$$T'_{\ln|x|} = T$$

gilt, d.h. als Distribution soll $(\ln |x|)' = \mathcal{P} \frac{1}{x}$ gelten. Zeigen Sie außerdem, dass $x \cdot T = 1$ gilt.