16. Lösen Sie mittels Variation der Konstanten $y'' + \omega_0^2\, y = sin\, \omega x, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 1,\ \omega_0 \neq \omega.$

17. Finden Sie zunächst eine spezielle Lösung von $y'' + \omega^2\, y = sin\, \omega x$ mittels eines eigenen Ansatzes. Bestimmen Sie danach die Gesamtlösung für $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. Vergleichen Sie mit dem vorigen Beispiel, wenn Sie den Grenzwert für $\omega_0 \Longrightarrow \omega$ des dortigen Ergebnisses studieren.

18. Lösen Sie $y'' + 2y' + y = -x, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = -1.$

19. Überprüfen Sie durch Einsetzen, dass

$$y_s(x) = -y_1(x) \int\limits_{x_0}^{x} \frac{y_2(x')\, f(x')}{W(x')} \mathrm{d}x' + y_2(x) \int\limits_{x_0}^{x} \frac{y_1(x')\, f(x')}{W(x')} \mathrm{d}x'$$

eine spezielle Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x)$$

ist. Hierbei sind y_1 und y_2 linear unabhängige Lösungen der homogenen Differentialgleichung, W ist die Wronski-Determinante.

20. Beweisen Sie für die allgemeine homogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y\,'' + f(x)\, y\,' + g(x)\, y = 0,$$

dass *drei* Lösungen y_1, y_2, y_3 immer linear abhängig sind.