

11. Lösen Sie  $y' - \frac{1}{x}y - xy^2 = 0$ , wo  $y(1) = 2$  gelten soll, mittels Substitution  $y = \frac{1}{z}$ .
12. Lösen Sie  $xy^2y' + y^3 = \frac{1}{3}$ , wo  $y(1) = 1$  gelten soll, mittels Substitution  $y = \sqrt[3]{z}$ .
13. Zeigen Sie, dass die Iterationslösung der Differentialgleichung  $y' = 2y - e^x$ , wo  $y(0) = 2$  gelten soll, gegen die Lösung des Anfangswertproblems konvergiert.
14. Lösen Sie  $y' - xy + x = 0$ ,  $y(0) = 2$ , mittels eines Potenzreihenansatzes und vergleichen Sie das Ergebnis mit der analytischen Lösung.
15. In einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B} = (b, 0, 0)$  bewegt sich ein geladenes Teilchen der Masse  $m$ , Ladung  $q$  und Koordinaten  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  gemäß der DGL  $m\ddot{\vec{x}} = q\dot{\vec{x}} \times \vec{B}$ . Die Anfangsbedingungen lauten  $\vec{x}(0) = (0, 0, 0)$  sowie  $\dot{\vec{x}}(0) = (0, v, 0)$ .
  - a) Schreiben Sie zunächst die DGL in allen Komponenten explizit an. Lösen Sie die DGL für  $x_1$  unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen.
  - b) Definieren Sie  $z_2 = \dot{x}_2$ ,  $z_3 = \dot{x}_3$  und lösen Sie nach gegenseitigem Einsetzen die DGL 2ter Ordnung für  $z_3$ . Verwenden Sie die Anfangsbedingungen für  $z_3$  und  $\dot{z}_3$ , gewinnen Sie daraus  $x_3$  und  $x_2$ .