Beispiele für die Übungen zu Theoretische Physik für das Lehramt L2
Blatt 6

R. A. Bertlmann, M. Höld, P. Köhler, M. Reisenbauer

WS 2011/12

28) Betrachte den unendlich hohen Potentialtopf der Breite d, wo

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } 0 \leq x \leq d \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

Löse die stationäre Schrödingergleichung für dieses Potential

$$E\psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V\right)\psi(x)$$

29) Betrachte die Potentialstufe

$$V(x) = \begin{cases} 0 & -\infty \leq x \leq 0 \\ V_{max} = const. & x > 0 \end{cases}$$

und $E < V_{max}$. *Hinweis:* Teile das Problem in 3 Fälle auf: eine einlaufende Welle, eine reflektierte Welle und eine eindringende (transmittierte) Welle. Löse die stationäre Schrödingergleichung für jeden Fall einzeln.

30) Betrachte den endlichen Potentialtopf der Breite d mit

$$V = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| > \frac{d}{2} \\ -V_{max} & \text{für } |x| \leq \frac{d}{2} \end{cases}$$

Berechne die Lösung der stationären Schrödingergleichung eines Teilchens mit der Energie $E > 0$. In der Quantenmechanik spricht man in diesem Fall von

„Streuzuständen“. Skizziere die Lösung und diskutiere den Unterschied zum klassischen Fall. Berechne die Wahrscheinlichkeitsstromdichten (siehe vorige Beispiele) für die einlaufende Welle, die reflektierte Welle und die transmittierte Welle. Berechne mit Hilfe dieses Ergebnisses folgende Koeffizienten

- $T = \left|\frac{j_{\text{transmittiert}}}{j_{\text{einlaufend}}}\right|$
- $R = \left|\frac{j_{\text{reflex}}}{j_{\text{einlaufend}}}\right|$

Was bedeutet das physikalisch?

31) Für einen stationären Zustand ist die Energie zeitlich konstant und genau bestimmt, d.h. $\Delta E = 0$. Betrachtet man allerdings eine Superposition von zwei stationären Zuständen dann ist das nicht mehr der Fall.

$$\psi x, t = c_1 \psi_(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + c_2 \psi_(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t}$$

wobei $c_1, c_2 \in \mathbb{R}, \psi_1(x), \psi_2(x) \in \mathbb{R}, \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = 0, E_2 > E_1$
Berechne $|\psi|^2$ und drücke die Interferenzterme durch Winkelfunktionen aus.

32) Bestimme die Erwartungswerte $\langle H \rangle_\psi$ und $\langle H^2 \rangle_\psi$ mit ψ aus dem vorigen Beispiel und bestimme die Energie-Zeit Unschärfe-Relation, wenn die Zeitunschärfe durch die Oszillationsperiode des Systems $\Delta t = \tau = \frac{2\pi}{\omega}$ gegeben ist.