Übungen zur Theoretischen Physik II: Quantenmechanik I, SS 2010

Prof. Dr. R.A. Bertlmann, S. Arroyo Camejo, B.Sc.

Blatt 6

21) Für einen stationären Zustand ist die Energie zeitlich konstant und genau bestimmt, d. h. $\Delta E = 0$. Betrachten wir allerdings eine Superposition von zwei stationären Zuständen,

$$\psi(x,t) = c_1\psi_1(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_1 t} + c_2\psi_2(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_2 t},$$
$$c_1, c_2 \in \mathbb{R},\ \psi_1(x), \psi_2(x) \in \mathbb{R},\ \langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0,\ E_2 > E_1, \tag{1}$$

dann ist das im Allgemeinen nicht mehr der Fall.

Berechnen Sie $|\psi|^2$ und drücken Sie den Interferenzterm durch Winkelfunktionen aus.

22) Bestimmen Sie die Erwartungswerte $\langle H\rangle_\psi$, $\langle H^2\rangle_\psi$ für ψ aus Glg. (1).

23) Berechnen Sie die Unschärferelation $\Delta E \Delta t$ für den Zustand ψ (Glg. (1)), wobei $(\Delta E)^2 = (\Delta H)^2 = \langle H^2\rangle_\psi - \langle H\rangle_\psi^2$ und Δt gegeben ist durch

$$\Delta t = \tau = \frac{2\pi\hbar}{E_2 - E_1} \text{ (Oszillationsperiode).} \tag{2}$$

Bei welchen Werten von c_1 und c_2 ist die Unschärferelation maximal?

24) a) Berechnen Sie die Eigenvektoren, Eigenwerte und Projektionsoperatoren von

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

b) Zerlegen Sie σ_x spektral, d.h. zeigen Sie den Spektralsatz (siehe Vorlesung).

c) Berechnen Sie über den Spektralsatz

$$e^{i\frac{\alpha}{2}\sigma_x}\ .$$