Quantenmechanik II

SS 2008 **4. Aufgabenblatt**

17. Berechne alle Clebsch–Gordan Koeffizienten für $j_1 = 1$, $j_2 = 1$ und vergleiche mit den Werten in der Tabelle, die in der Vorlesung verteilt wurde.

18. Seien X_1, X_2, X_3 die Komponenten des Ortsoperators auf $L^2(\mathbb{R}^3)$.
(i) Verifiziere durch Berechnung von Kommutatoren mit den Bahndrehimpulsoperatoren L_3 und $L_\pm$ dass

$$T_1^{(1)} := -\frac{1}{\sqrt{2}}(X_1 + iX_2), \qquad T_0^{(1)} := X_3, \qquad T_{-1}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(X_1 - iX_2)$$

einen irreduziblen Tensoroperator 1. Stufe bilden.
(ii) Leite die Gleichungen

$$\langle n, \ell, m | X_3 | n', \ell', m' \rangle = 0$$

für $m \neq m'$ erstens aus dem Wigner-Eckardt Theorem und zweitens, direkt, aus $[L_3, X_3] = 0$ her.

19. Betrachte den Hamiltonoperator

$$H = a\,\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + b(\sigma_{1z} - \sigma_{2z})$$

aus Aufgabe 16.
(i) Für $b \ll a$ berechne man das Spektrum bis 1. Ordnung in b/a und vergleiche mit den exakten Werten.
(ii) Für $a \ll b$ berechne man das Spektrum bis 1. Ordnung in a/b und vergleiche mit den exakten Werten.

20. Berechne in 1. Ordnung in λ die Energieeigenwerte eines anharmonischen Oszillators mit Hamiltonoperator

$$H(\lambda) = \frac{\omega}{2}[P^2 + X^2] + \lambda X^4.$$

($[X, P] = \mathrm{i}\mathbf{1}$, $\hbar = 1$ gesetzt. Es empfielt sich, X durch Erzeugungs- und Vernichtunsoperatoren auszudrücken.)

21. Zeige, daß die Energiekorrektur in dritter Ordnung Störungstheorie durch

$$\varepsilon_3 = \langle 1 | W - \varepsilon_1 | 1 \rangle - 2\varepsilon_2 \mathrm{Re}\,\langle 0 | 1 \rangle$$

gegeben ist. (Notation wie in der Vorlesung.)